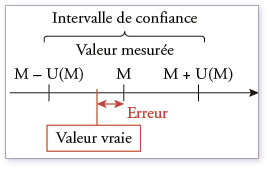
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| AD1 | **Mesures et incertitudes**  (métrologie) |  |

Mesurer des grandeurs identifiées est une activité fondamentale dans les laboratoires de recherche scientifique et dans l'industrie. Toute validation théorique d’un phénomène (physique, biologique, chimique, etc.) passe par la mesure fiable de ses effets. C’est aussi fondamental dans de nombreuses activités quotidiennes comme le pesage dans les commerces, les analyses biologiques, la mesure de vitesse avec un radar, … Il est nécessaire d’établir la confiance dans les résultats fournis lors de ces opérations.

M + U(M)

M – U(M)

M

Mesurer une grandeur (intensité d’un courant, tension, longueur,…), n’est donc pas simplement rechercher la valeur de cette grandeur mais aussi lui associer une incertitude afin de pouvoir qualifier la qualité de la mesure.

Dans l’enseignement des sciences physiques et chimiques, les activités expérimentales et donc, les mesures, occupent une place importante.

|  |
| --- |
| **DOC. 1 :** notation dune mesure |
| * La grandeur que l’on veut mesurer est appelée le **mesurande**. * On appelle **mesurage** (ou mesure) l’ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l’on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.   → Le mot « mesure » a, dans la langue française courante, plusieurs significations. C'est la raison pour laquelle le mot « mesurage » a été introduit pour qualifier l'action de mesurer.   * La **valeur vraie** (Mvrai) du mesurande est la valeur que l’on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n’étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue. * Le **résultat du mesurage** (résultat d’une mesure) est un ensemble de valeurs attribuées à un mesurande complété par toute information pertinente disponible.   → En métrologie([[1]](#footnote-1)), on appelle souvent « **m** » la mesure de la valeur de la grandeur (un nombre), et « **M** » le résultat de la mesure, c’est à dire l’expression complète du résultat (un intervalle de valeurs).   * Un mesurage n’étant jamais parfait, il y a toujours une **erreur de mesure** : ER = (m - Mréférence).   ⇒ L’erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur (m) et une valeur de référence (Mréférence).  ⇒ Si la valeur de référence est la valeur vraie du mesurande (Mvrai), l’erreur est inconnue puisque une valeur vraie est toujours inconnue.  **M = m + ER**  Exemple : mesure de la température d’ébullition de l’eau au niveau de la mer sour une pression de 1013 hPa. La mesure à l’aide d’un thermomètre donne 99,6 °C.  Mesurande : température  Mesurage : 99,6 °C  Valeur de référence : 100°C  Erreur de mesure : ER = 99,6 – 100 = – 0,4°C   * L’**incertitude de mesure** U(M) est un paramètre, associé au résultat du mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande. |
| **DOC. 2 :** Les erreurs de mesures |
| * **Erreur aléatoire**   Si on effectue N mesures dans des conditions de **répétabilité** (mesures faites exactement dans les mêmes conditions, le même opérateur ou le même programme), le **meilleur estimateur** de la valeur du mesurande est la valeur moyenne  des N mesures.  Une mesure m*i* parmi les N, est en général différente de  : la différence ERa = m*i* –  est appelée **erreur aléatoire**.  → Lors de chaque mesure, l’erreur aléatoire peut prendre n’importe quelle valeur entre (mmax – ) et (mmin – ). Mais comme l’on ne peut faire qu’un nombre fini de mesures, il est seulement possible de déterminer une estimation de l’erreur aléatoire.   * **Erreur systématique** (appelée aussi ***biais de mesure*** ou *erreur de justesse*)   Par définition, l’**erreur systématique** est ERS =  – Mvrai.  → Étant donné que est la moyenne sur un nombre fini de mesurages, que la valeur vraie (Mvrai) du mesurande est toujours inconnue et qu’il est impossible de réaliser une infinité de mesures : l’erreur systématique ERS ne peut pas être connue complètement. Il est seulement possible d’en déterminer une estimation.  ⇒ ***Lors d’une mesure, l’erreur aléatoire peut prendre, au hasard, n’importe quelle valeur sur un certain intervalle. Par contre, l’erreur systématique prend la même valeur (inconnue) lors de chaque mesure***.  **ER = ERa + ERS**  La **fidélité** d’un instrument de mesure est son aptitude à donner des indications très voisines lors de l’application répétée du même mesurande dans les mêmes conditions.  La **justesse** d’un instrument de mesure est son aptitude à donner des indications exemptes d’erreur systématique. |

|  |
| --- |
| **DOC. 3 :** Les sources d’erreurs |
| Une liste non exhaustive de sources d’erreurs possibles :   * Le matériel utilisé (verrerie, appareils de mesure, etc.), les substances chimiques et réactifs utilisés qui peuvent ne pas être purs ou mal préparés ; * Toutes les étapes de l’analyse (prélèvement, pesée, mise en solution, dilution, etc.) incorrectement effectuées ; * Les conditions environnementales (température, pression, hygrométrie) peuvent avoir une influence sur certaines grandeurs ; * Le produit analysé (produit biologique (plasma, urine, etc.), alimentaire (eau, lait, bière, etc.) ou autre) peut contenir des substances responsables d’interférences lors des mesures ; * L’opérateur (technicien, élève, professeur, etc.) effectuant la mesure : manipulation, lecture, etc.   Exemple : Diagramme de « cause – effet » pour la mesure d’un volume V avec une pipette à deux traits |
| **DOC. 4 :** Les incertitudes |
| L’évaluation des incertitudes par des méthodes statistiques est dite de **type A** (ex : plusieurs mesures). Quand la détermination statistique n’est pas possible, on dit que l’évaluation de l’incertitude est de **type B** (ex : mesure unique).  On appelle **incertitude-type** une incertitude de mesure exprimée sous la forme d'un écart-type([[2]](#footnote-2)): elle est définie comme étant l’écart-type sur la valeur moyenne.   * **Évaluation de type A de l’incertitude-type**   On suppose n résultats de mesurage alors :   * L’écart-type expérimental a pour expression :  (avec  ) * L’incertitude-type est donnée par : * L’**incertitude-type élargie de type A** (qui constituera l’incertitude de la mesure, U(M)) définit l’intervalle, autour du résultat du mesurage dont on puisse s’attendre à ce qu’il comprenne une fraction élevée de la distribution de valeurs pouvant être attribuées au mesurande. Elle est associée à un niveau de confiance.   Elle est donnée par :  U(M) = *k* × s  Remarque : L’incertitude de mesure U(M) s’écrit toujours avec un chiffre significatif, et est arrondie, dans tous les cas, par excès.   * **Évaluation de type B de l’incertitude-type**   L’évaluation de l’incertitude de type B est effectuée par des moyens autres que l’analyse statistique de série d’observations.  Différents cas peuvent se présenter :   * Le constructeur fournit l’incertitude-type (cas très rare). Dans ce cas, on utilise directement cette incertitude ; * Pour un appareil de mesure analogique (appareil à cadran, lecture d’un réglet…), l’incertitude de lecture est estimée à partir de la valeur d’une graduation. On peut montrer que :      * Le constructeur fournit une indication de type Δc sans autre information. Dans ce cas, on prendra pour incertitude-type :     Exemple : les quatre anneaux de couleur caractérisant la résistance sont Brun, Noir, Noir, Or. La résistance est donc égale à R = 10 Ω ± 5%. L’incertitude-type associée est égale à :  ⇒ U(M) = 0,29 Ω   * Si le constructeur ne fournit rien, il faut procéder à l’évaluation expérimentale de l’appareil. |

**BILAN :**

L’écriture du **résultat du mesurage** (M) doit contenir une **valeur** (m), l’**incertitude associée** (U(M)) qui indique l’intervalle des valeurs probables du mesurande (grandeur), le **niveau de confiance** et une **unité appropriée** :

**M = m ± U(M)** (avec unité et niveau de confiance)

⇒ Le résultat d’une mesure n’est jamais une valeur : il sera donné sous la forme d’un intervalle [m – U(M) ; m + U(M)] des valeurs probables du mesurande, M, associé à un niveau de confiance (probabilité de contenir la valeur vraie Mvrai).

→ Il faut ensuite déterminer le nombre de chiffres significatifs de m : une fois l’incertitude estimée, on l’arrondit à un chiffre significatif, éventuellement deux si l’on estime faire une erreur d’arrondi trop importante avec un seul chiffre, puis on ajuste la valeur de la mesure, m, de manière à ce que son dernier chiffre significatif soit à la même position que celui de l’incertitude, en arrondissant au plus près.

Remarque : L’écriture 12,43(5) signifie 12,43 ± 0,005

* **Valeur moyenne :**

La théorie des probabilités permet de montrer que la meilleure estimation la valeur moyenne  des N mesures est la **moyenne arithmétique**.



* **Écart-type σ :**

On montre que la meilleure estimation de l’écart-type σ est **l'écart-type non biaisé :** , noté **σn−1** sur les calculatrices.

* **Précision d’une mesure :**

La **précision** sur le résultat du mesurage sera caractérisée par :  .

→ Cette précision est souvent exprimée en % et plus le résultat est petit, plus le mesurage est précis : si elle est inférieure à 1 %, alors c’est une mesure de bonne qualité.

* **Comparaison avec une valeur de référence :**

Pour comparer le résultat d’une mesure (M) avec une valeur de référence, on calcule l’é**cart relatif** qui est le pourcentage de l'écart entre la mesure (Mexpérimentale) et la valeur de référence (Mréférence) par rapport à la valeur de référence :

r(%) = 

→ Un écart relatif r% ≤ 1% signifie que la mesure expérimentale est acceptable. Au-delà, il faut chercher comment améliorer la qualité de la mesure effectuée.

Démarche :

* [Mesures et erreurs > En pratique (Afterclasse.fr)](https://www.afterclasse.fr/fiche/110/mesures-et-incertitudes/en-pratique) ;
* [Détermination de l'incertitude élargie (Wikipedia.org)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Incertitude_de_mesure#Démarche_type)

**Exercices**

**Exercice n°1 : Résultat d’un mesurage**

On mesure avec un chronomètre, la durée *t* = (50,256 ± 0,005) s

1. Quelle est l’unité de cette valeur ?
2. Quel est le mesurande ?
3. Que vaut l’incertitude de mesure ?
4. Quel est le nombre de chiffres significatifs de cette mesure ?

**Exercice n°2 : Écriture d’un mesurage**

Rectifier, si nécessaire, l’écriture des mesurages suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| V = (100,0 ± 0,5) mL |  |
| *t* = (60,00 ± 0,4) s |  |
| m = (3,56 ± 0,0584) g |  |
| L = (10 ± 0,5) cm |  |

**Exercice n°3 : Écriture d’un mesurage**

Écrire correctement le résultat des mesurages suivants :

1. Avec une règle, on mesure ℓ = 90,5 cm. L’incertitude-type de lecture vaut slect = 1 cm.
2. Avec une balance, on pèse m = 0,896 g. L’incertitude-type de résolution vaut sres = 0,02 g.
3. On mesure une tension U = 12,05 V. L’incertitude-type de précision vaut spre = 0,1 V.

Exercice n°4 : Mesure de résistance

On souhaite vérifier avec précision la valeur d’une résistance dont la valeur donnée par le constructeur est R = (1000 ± 50) Ω.

Pour cela, on utilise deux ohmmètres :

* Le premier possède une notice indiquant que la précision de l’appareil est de 0,8 % de la valeur lue plus 4 digits. On obtient une mesure de **R = 987,8 Ω**.
* Le deuxième ne possède pas de notice. On réalise une série de 8 mesurages avec cet appareil, donnée dans le tableau ci-dessous :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Mesure n°** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **Valeur (Ω)** | 986,1 | 987,4 | 988,1 | 987,0 | 988,0 | 987,8 | 986,9 | 988,9 |

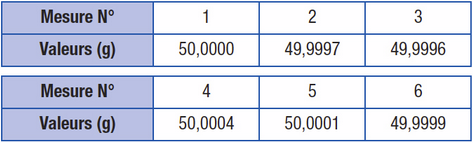
1. Quelle mesurage correspond à une évaluation de l’incertitude-type de type A ? de type B ?
2. Calculer l’incertitude-type U(R) pour chacune des méthodes.
3. Présenter les résultats de ces deux mesurages sous la forme : R = (….. ± U(R)) *unité*.
4. Quelle est la méthode la plus précise ?

Exercice n°5 : Fidélité et justesse d’une balance de précision

|  |  |
| --- | --- |
|  | Voici les caractéristiques de la balance ci-contre :   * **Portée max** : 220 g * **Portée min** : 0,02 g * **Résolution** : 0,1 mg * **Écart maximal toléré** : 1 mg   Pour qu’une balance soit homologuée, il faut que la fidélité et le biais soient inférieurs à l’écart maximal toléré. |

1. **Fidélité de la balance.**

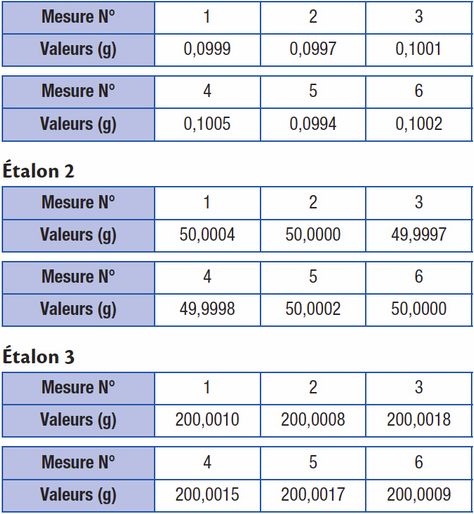
On réalise successivement 6 mesures d’une masse étalon de valeur nominale 50,0000 g :



Calculer l’écart-type et comparer cette valeur à l’écart maximal toléré. Conclure.

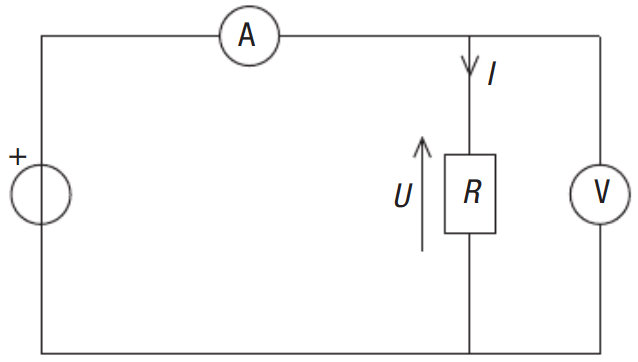
1. **Justesse de la balance.**

On réalise successivement 6 mesures de 3 masses étalon, respectivement de valeur nominale 0,1000 g, 50,0000 g et 200,0000 g :



Calculer le biais pour chacune des pesées et le comparer avec l’écart maximal toléré. Conclure.

Exercice n°6 : Utilisation d’un multimètre



Pour vérifier une loi de l’électricité, on mesure, grâce au montage ci-dessus, la tension U aux bornes d’un dipôle et l’intensité I qui le traverse avec deux multimètres identiques. Les résultats des mesures sont : **U = 9,95 V** et **I = 4,52 mA**.

Les tableaux ci-dessous sont extraits de la notice des deux multimètres :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. On a utilisé les calibres permettant le mesurage le plus précis. Quels calibres a-t-on utilisé pour les deux mesures ?
2. Donner les résultats des mesures sous la forme :

U = (….. ± U(U)) *unité* et I = (….. ± U(I)) *unité*

**Correction**

**Exercice n°1 : Résultat d’un mesurage**

1. L’unité est la seconde.
2. Le mesurande est le temps.
3. L’incertitude de mesure vaut 0,005 s.
4. 5 C.S.

**Exercice n°2 : Écriture d’un mesurage**

Rectifier, si nécessaire, l’écriture des mesurages suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| V = (100,0 ± 0,5) mL | *Écriture correcte* |
| *t* = (60,00 ± 0,4) s | *t* = (60,0 ± 0,4) s |
| m = (3,56 ± 0,0584) g | m = (3,56 ± 0,06) g |
| L = (10 ± 0,5) cm | L = (10,0 ± 0,5) cm ou L = (10 ± 1) cm |

**Exercice n°3 : Écriture d’un mesurage**

Écrire correctement le résultat des mesurages suivants :

1. Avec une règle, on mesure ℓ = 90,5 cm. L’incertitude-type de lecture vaut slect = 1 cm.

ℓ = (91 ± 1) cm

1. Avec une balance, on pèse m = 0,896 g. L’incertitude-type de résolution vaut sres = 0,02 g.

m = (0,90 ± 0,02) g

1. On mesure une tension U = 12,05 V. L’incertitude-type de précision vaut spre = 0,1 V.

U = (12,1 ± 0,1) V

Exercice n°4 : Mesure de résistance

1. La série de **8 mesurages** correspond à une évaluation de l’incertitude de **type A**. La **mesure unique** correspond à une évaluation de l’incertitude de **type B**.
2. et 3) Calcul des incertitudes et résultats :

Incertitude de type A : = 0,3 Ω ⇒ R = (987,5 ± 0,3) Ω

Incertitude de type B :  ⇒ R = (988 ± 5) Ω

1. La 1ère méthode est plus précise que la 2nd car l’incertitude-type est plus petite.

Exercice n°5 : Fidélité et justesse d’une balance de précision

1. Écart-type : 0,00029 g = 0,29 mg. Cette valeur est inférieure à l’écart maximal toléré. La balance peut être considérée comme « fidèle ».
2. Biais :

Étalon 1 : biais : 0,0999 – 0,1000 = − 0,0001 g = − 0,1000 mg

Étalon 2 : biais : 50,00002 – 50,0000 = 0,00002 g = 0,02 mg

Étalon 3 : biais : 200,0013 – 200,0000 = 0,0013 g = 1,3 mg

1. Pour le 3ème étalon, le biais est supérieur à l’écart maximal toléré : cette balance ne peut pas être homologuée.

Exercice n°6 : Utilisation d’un multimètre

1. Pour le voltmètre on a utilisé le calibre 20,00 V et pour l’ampèremètre on a utilisé le calibre 20,00 mA.
2. Résultats des mesures :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Grandeur** | **Incertitude** | **Écriture** |
| Tension |  | U = (9,95 ± 0,04) V |
| Intensité |  | I = (4,5 ± 0,1) mA  ou  I = (4,52 ± 0,12) mA |

**Sources de l’activité**

Documents : Physique-chimie – Nombres, mesures et incertitudes (Eduscol – Mai 2010)

Exercice n°1 : Exercice n°2 p16 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

Exercice n°2 : Exercice n°3 p16 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

Exercice n°3 : Exercice n°4 p16 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

Exercice n°4 : Exercice n°6 p16 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

Exercice n°5 : Exercice n°8 p17 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

Exercice n°6 : Exercice n°9 p17 (DELAGRAVE 1ère STI2D, Programme 2019)

1. La métrologie est la science de la mesure. Elle définit les principes et les méthodes permettant de garantir et maintenir la confiance envers les mesures résultant des processus de mesure. [↑](#footnote-ref-1)
2. L'écart-type sert à mesurer la dispersion, ou l'étalement, d'un ensemble de valeurs autour de leur valeur moyenne. Plus l'écart-type est faible, plus la population de mesures est homogène. [↑](#footnote-ref-2)