Chapitre 9 : Mécanique Newtonienne

1. Le référentiel

1.1. Le référentiel galiléen

Pour décrire le mouvement d'un objet, il faut connaitre deux informations :

- Sa **trajectoire :** elle nous informe sur la position de l'objet au cours du temps ;
- Sa **vitesse** : elle nous informe sur la rapidité avec laquelle l'objet se déplace (sur la trajectoire parcourue).

On ne peut définir un mouvement que si l'on précise par rapport à quel objet de référence ce mouvement est considéré.

Définition :

Un référentiel est dit galiléen si, dans ce référentiel, tout corps isolé ou pseudo-isolé persévère dans son état de repos (s'il était initialement immobile) ou de mouvement rectiligne et uniforme (1ère loi de Newton).

1.2. Les référentiels usuels [Rappels de 2nde]

Il existe des référentiels particuliers et « pratiques » :

- **Le référentiel terrestre :** c'est le référentiel constitué par la Terre (ou par tout ce qui est fixe par rapport à la Terre). Il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques minutes (pour négliger le mouvement de rotation propre de la Terre).

→ On choisira ce référentiel pour étudier le mouvement d'un objet sur la Terre ou au voisinage de celle-ci.

- **Le référentiel du laboratoire :** c'est un référentiel lié à la Terre. Il est considéré comme galiléen dans les mêmes conditions que le référentiel terrestre.

- **Le référentiel géocentrique** : c'est le référentiel constitué par un corps solide fictif, de mêmes dimensions et de même centre que la Terre mais ne tournant pas sur lui-même comme la Terre. Il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques heures (pour négliger le mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil).

→ On préfère ce référentiel (mieux adapté que le référentiel terrestre) pour étudier le mouvement de la Lune ou des satellites.

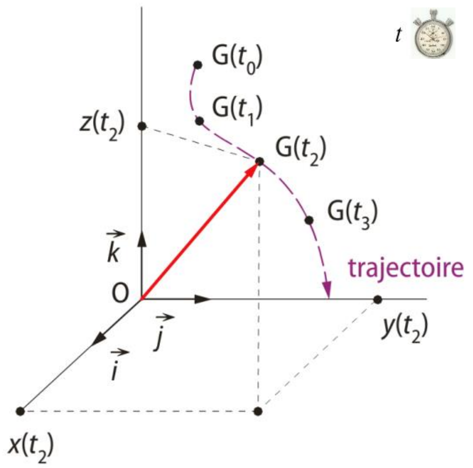
- **Le référentiel héliocentrique** : c'est un référentiel constitué par le centre du Soleil et des étoiles fixes. Il est considéré comme galiléen.

→ On utilise ce référentiel pour étudier le mouvement des planètes.

Remarques :

- Le mouvement d'un objet dépend du référentiel choisit ;
- Tout référentiel qui tourne, ralentit ou accélère par rapport à un référentiel galiléen n'est pas galiléen.

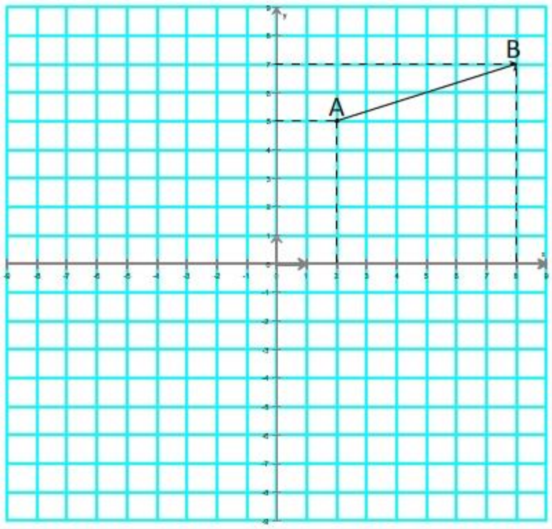
2. Le vecteur position



Pour étudier le mouvement du centre d'inertie G d'un solide dans un référentiel, on définit :

- un **repère d'espace orthonormé** ou repère cartésien $(O\,;\,\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ (ci-contre), qui a pour origine O et pour vecteurs unitaires $(\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$: la position du solide est donnée par son vecteur position $\overrightarrow{OG}$ à un instant t.
- un **repère de temps** : le temps est compté à partir d'une origine à laquelle $t = t_0 = 0$ s.

Rappel de Maths : coordonnées d'un vecteur dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$



Soit un vecteur $\overrightarrow{AB}$ défini par les points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors :

- **l'abscisse** du vecteur correspond à la différence des abscisses des points A et B ;
- **l'ordonnée** du vecteur correspond à la différence des ordonnées des points A et B.

$$\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A ; y_B - y_A)$$

Cela signifie que : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\ \vec{i} + (y_B - y_A)\ \vec{j}$

Remarque : les coordonnées d'un vecteur sont parfois notées

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Lorsque l'étude du mouvement d'un système est réduite à celle de son centre d'inertie G, le vecteur position a pour coordonnées, dans ce repère choisi :

$$\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x_G(t) \\ y_G(t) \\ z_G(t) \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

Que l'on peut aussi écrire : $\overrightarrow{OG} = x(t)\ \vec{i} + y(t)\ \vec{j} + z(t)\ \vec{k}$ et $\left\|\overrightarrow{OG}\right\| = OG = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}$ (distance OG)

Remarque : les équations donnant x(t), y(t) et z(t) sont appelées **équations horaires** de la position.

3. Le vecteur vitesse instantanée

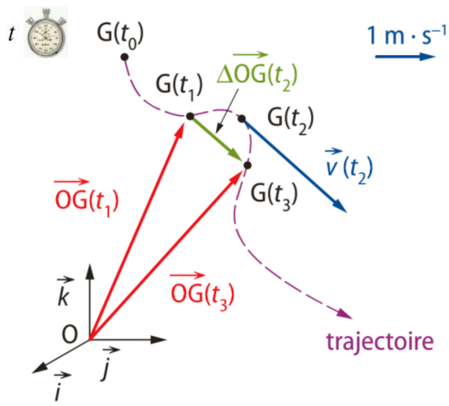
Une variation du vecteur position d'un système, réduit à l'étude de son centre d'inertie G, entraine l'existence d'une vitesse et donc d'un vecteur vitesse. La **vitesse instantanée** du centre d'inertie G est égale à sa vitesse moyenne entre deux positions infiniment proches.

Le vecteur **vitesse moyenne** $\vec{v}(t_i)$ à un instant t_i est défini par :

$$\boxed{\vec{v}(t_i) = \frac{\overrightarrow{OG}(t_{i+1}) - \overrightarrow{OG}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \frac{\overrightarrow{G(t_i)G(t_{i+1})}}{t_{i+1} - t_i}} \Leftrightarrow \vec{v}(t_i) = \frac{\Delta\overrightarrow{OG}(t_{i+1})}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t_i)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :

- Sa **direction** : la tangente à la trajectoire au point considéré ;
- Son **sens** : celui du mouvement à l'instant t_i ;
- Sa **valeur** : $\dfrac{G(t_i)G(t_{i+1})}{t_{i+1} - t_i}$, qui s'exprime en mètre par seconde ($m.s^{-1}$).



À RETENIR :

Lorsque Δt tend vers zéro (durée infinitésimale) dans l'expression ci-dessus, on montre, en mathématique, que la vitesse moyenne $\vec{v}(t)$ tend vers une vitesse limite appelée **vitesse instantanée** qui est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, à l'instant *t* :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG}(t)}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}(t)}{dt}$$

- Les **coordonnées du vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ dans le repère $(O\,;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ sont :

$$\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t)=\dfrac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t)=\dfrac{dy(t)}{dt} \\ v_z(t)=\dfrac{dz(t)}{dt}\end{cases} \quad \text{ou} \quad \vec{v}(t)=v_x(t)\ \vec{i}+v_y(t)\ \vec{j}+v_z(t)\ \vec{k} \quad \text{ou} \quad \vec{v}(t)=\frac{dx(t)}{dt}\ \vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\ \vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\ \vec{k}$$

- La valeur de la vitesse instantanée est : $\left\|\vec{v}(t)\right\|=v(t)=\sqrt{(v_x(t))^2+(v_y(t))^2+(v_z(t))^2}$

Remarque : expérimentalement, on représentera le vecteur vitesse en utilisant la relation :

$$\vec{v}(t_i)=\frac{\overrightarrow{OG}(t_{i+1})-\overrightarrow{OG}(t_i)}{t_{i+1}-t_i}=\frac{\overrightarrow{G(t_i)G(t_{i+1})}}{t_{i+1}-t_i}$$

4. Le vecteur accélération

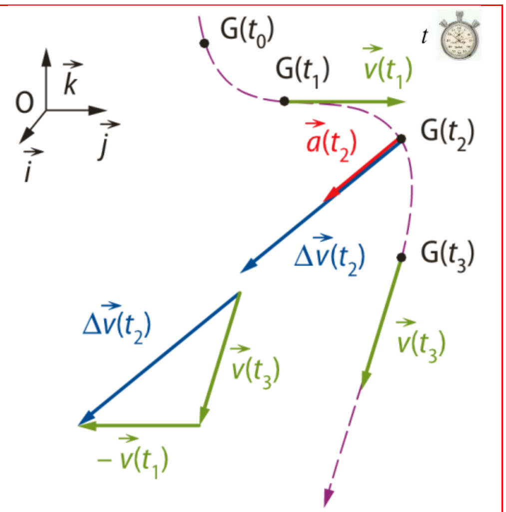
Une variation du vecteur vitesse d'un système, réduit à l'étude de son centre d'inertie G, entraine l'existence d'une accélération et donc d'un vecteur accélération. L'**accélération instantanée** du centre d'inertie G est égale à son accélération moyenne entre deux positions infiniment proches.

Le vecteur accélération moyenne $\vec{a}(t_i)$ à un instant t_i est défini par :

$$\boxed{\vec{a}(t_i)=\frac{\vec{v}(t_i)-\vec{v}(t_{i-1})}{t_i-t_{i-1}}} \Leftrightarrow \vec{a}(t_i)=\frac{\Delta\vec{v}(t_i)}{\Delta t}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}(t_i)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :

- Sa **direction** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}(t_i)$ au point considéré ;
- Son **sens** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}(t_i)$ à l'instant t_i ;
- Sa **norme** (valeur) : $\dfrac{v(t_i)-v(t_{i-1})}{t_i-t_{i-1}}$ qui s'exprime en m.s^{-2}.



À RETENIR :

Lorsque Δt tend vers zéro (durée infinitésimale) dans l'expression ci-dessus, l'accélération moyenne $\vec{a}(t)$ tend vers une accélération limite appelée **accélération instantanée** qui est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, à l'instant *t* :

$$\vec{a}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}=\frac{d^2\overrightarrow{OG}(t)}{dt^2}$$

- Les coordonnées du vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$ dans le repère $(O\,;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ sont :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t)=\dfrac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t)=\dfrac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t)=\dfrac{dv_z(t)}{dt}\end{cases} \quad \text{ou} \quad \vec{a}(t)=a_x(t)\ \vec{i}+a_y(t)\ \vec{j}+a_z(t)\ \vec{k} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \vec{a}(t)=\dfrac{dv_x(t)}{dt}\ \vec{i}+\dfrac{dv_y(t)}{dt}\ \vec{j}+\dfrac{dv_z(t)}{dt}\ \vec{k} \\ \vec{a}(t)=\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}\ \vec{i}+\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}\ \vec{j}+\dfrac{d^2z(t)}{dt^2}\ \vec{k} \\ \vec{a}(t)=\ddot{x}(t)\ \vec{i}+\ddot{y}(t)\ \vec{j}+\ddot{z}(t)\ \vec{k}\end{cases}$$

- La valeur de l'accélération instantanée est : $\left\|\vec{a}(t)\right\|=a(t)=\sqrt{(a_x(t))^2+(a_y(t))^2+(a_z(t))^2}$

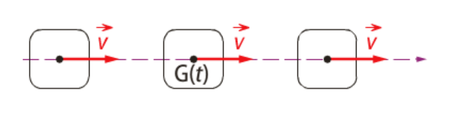
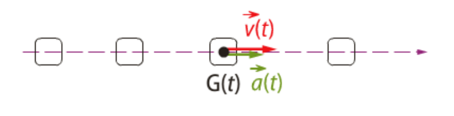
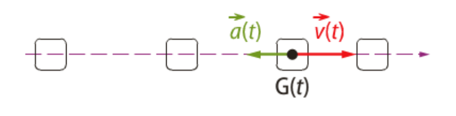
Remarque : expérimentalement, on représentera le vecteur accélération en utilisant la relation :

$$\vec{a}(t_i) = \frac{\vec{v}(t_i) - \vec{v}(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}$$

5. Applications

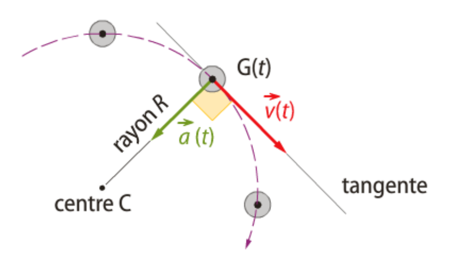
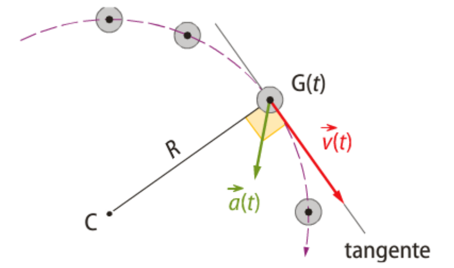
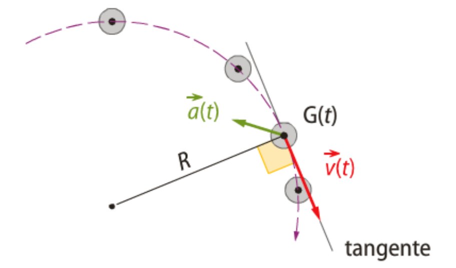
5.1. Le mouvement rectiligne

Rappel de 2nde : un mouvement est **rectiligne** si la trajectoire du système est une **droite**.

<table>
<tr><th>Mouvement rectiligne uniforme</th><th>Mouvement rectiligne uniformément accéléré</th><th>Mouvement rectiligne uniformément ralenti</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant au cours du temps : $\vec{v}(t) = \vec{v} = \overrightarrow{\text{constante}}$.
$\vec{a} = \vec{0}$</td><td colspan="2">Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$.</td></tr>
<tr><td>Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens.
La valeur de v augmente.</td><td>Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens opposés.
La valeur de v diminue.</td></tr>
</table>

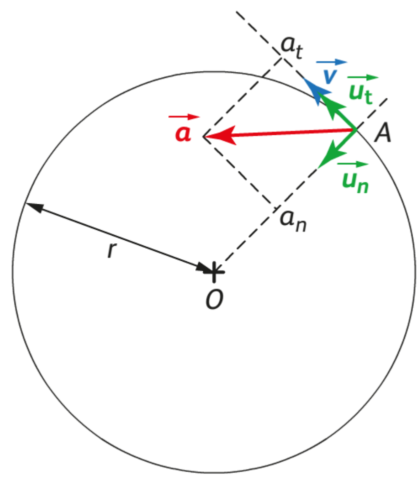
5.2. Le mouvement circulaire

Rappel de 2nde : un mouvement est **circulaire** si la trajectoire du système est un **cercle**.

<table>
<tr><th>Mouvement circulaire uniforme</th><th>Mouvement circulaire uniformément accéléré</th><th>Mouvement circulaire uniformément ralenti</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ varie mais sa valeur v reste constante.
Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la trajectoire.</td><td colspan="2">Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$.
Il est toujours dirigé vers l'intérieur de la trajectoire.</td></tr>
<tr><td>La valeur de la vitesse v augmente.</td><td>La valeur de la vitesse v diminue.</td></tr>
</table>

Remarques :

- Le mouvement **circulaire non uniforme** :



Dans le cas d'un mouvement circulaire, à chaque instant, l'accélération peut se décomposer en deux vecteurs :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

- $\vec{a}_n$: accélération normale, centripète ;
- $\vec{a}_\tau$: accélération tangentielle, tangente à la trajectoire et orientée dans le sens du mouvement.

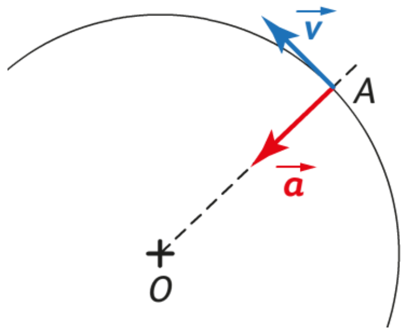
Le repère local (A ; $\vec{u}_n$, $\vec{u}_\tau$) est appelé **repère de Frenet.**

On montre que les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération sont :

$$\vec{v}\begin{cases} v_n = 0 \\ v_\tau = v \end{cases} \qquad \boxed{\vec{a}\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ a_\tau = \dfrac{dv}{dt} \end{cases}}$$

(r = rayon de la trajectoire, en m)

- Le mouvement **circulaire uniforme** (MCU) :



Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse est constante donc $\frac{dv}{dt} = 0$ et $a_\tau = 0$ donc :

$$\boxed{a = a_n = \frac{v^2}{r}}$$

6. Les lois de Newton

Isaac Newton fut le premier à établir les relations entre mouvement d'un solide et forces qui lui sont appliquées.

Rappel : un système soumis à **aucune force** est dit « **isolé** », s'il est soumis à un **ensemble de forces qui se compensent**, il est dit « **pseudo-isolé** ».

6.1. La première loi de Newton [Rappel de 2nd]

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **principe de l'inertie** »

Depuis Aristote, on pensait que pour maintenir la vitesse d'un mobile constante, il était nécessaire de lui appliquer une force. Galilée à la fin du XVIe siècle, émit l'hypothèse contraire et Newton reformula cette idée.

Énoncé : dans un référentiel galiléen $\mathfrak{R}$, lorsqu'un système est isolé ou pseudo-isolé, son centre d'inertie G est :

- Soit au repos, si G est initialement immobile ;
- Soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

$$\text{Si } \Delta\vec{v}_G = \vec{0} \text{ alors } \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \text{ et réciproquement}$$

6.2. La deuxième loi de Newton

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **théorème du centre d'inertie** » ou « **relation fondamentale de la dynamique** ». Elle établit le lien entre forces appliquées et nature du mouvement.

Énoncé : **dans un référentiel galiléen $\mathfrak{R}$, la somme des forces extérieures (ou résultante) qui s'exercent sur un système de masse m est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement** :

$$\sum \vec{F} = \left(\frac{d\vec{p}(t)}{dt}\right)_{\mathfrak{R}} \underset{\text{se conserve}}{\overset{\text{Si la masse}}{\Leftrightarrow}} \sum \vec{F} = m\,\vec{a}(t)$$

6.3. La troisième loi de Newton [Hors programme]

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **principe de l'action et de la réaction** » ou « **principe des actions réciproques** ».

Énoncé : lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une action mécanique représentée par une force $\vec{F}_{A/B}$, le corps B exerce sur A une action mécanique représentée par une force $\vec{F}_{B/A}$. Ces deux forces ont même direction, même norme mais sont de sens contraire.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$